PROBLEMA 1 SPERIMENTALE INDIRIZZO PNI

Punto 1

Per verificare che la derivata della funzione è $f'(x) = -\frac{x^n}{n!}e^{-x}$ è sufficiente derivare la funzione data applicando le regole di derivazione.

Punto 2

Essendo la funzione data continua e derivabile su tutto l'asse reale, per valutare la presenza di massimi e minimi è sufficiente studiare gli zeri e il segno della derivata prima:

- l'unico valore per cui essa si annulla è x=0 $\forall n$
- se n è pari la derivata prima è negativa $\forall x$ e quindi la funzione è sempre non crescente e il punto x=0 è un flesso a tangente orizzontale
- se n è dispari la derivata è positiva, e quindi la funzione è crescente, per x<0, mentre la derivata prima è negativa, e quindi la funzione è decrescente, per x>0, in questo caso il punto x=0 è un punto di massimo assoluto.
  L'ordinata del punto di massimo assoluto vale 1, quindi è verificato che $f(x) \leq 1 \;\; \forall x$ reale.

Punto 3

La funzione da studiare è $g(x) = \left(1 + x + \frac{x^2}{2}\right) \cdot e^{-x}$

Il CE è tutto l'asse reale

La funzione è sempre positiva e passa per il punto (0,1)

Il $\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

Il $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 0$ calcolato con la regola de l'Hôpital

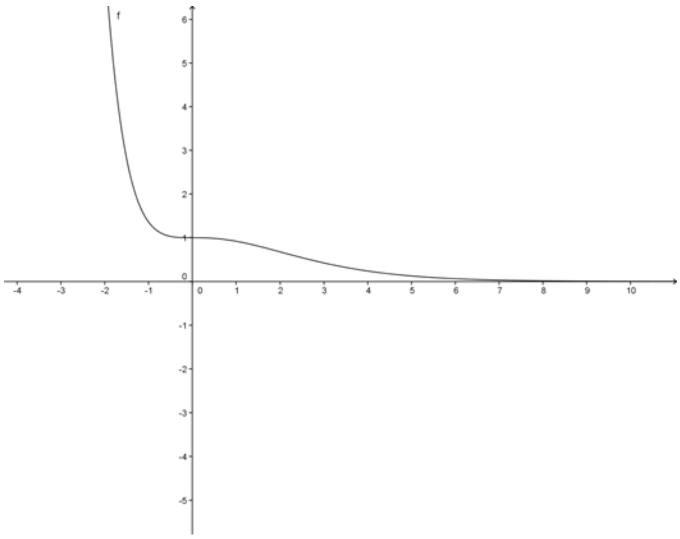
La derivata prima è $g'(x) = -\frac{x^2}{2}e^{-x}$, zeri e segno sono quelli studiati sopra per n pari

La derivata seconda è $g''(x) = \left(-x + \frac{x^2}{2}\right) \cdot e^{-x}$

che si annulla e cambia segno per x=0 e per x=2.

Il primo è un punto di flesso a tangente orizzontale, mentre il secondo è un flesso a tangente obliqua.

Il grafico della funzione è quindi:



Punto 4

L’integrale richiesto è calcolabile usando il metodo di integrazione per parti reiterato due volte, considerando come fattore differenziale e^{-x}.

Il risultato finale è $3-\frac{9}{e^2}$, il suo significato geometrico è l’area della parte di piano compresa fra gli assi cartesiani, *g(x)* e la retta x=2.