Logica

Nozioni fondamentali della *teoria assiomatica* (geometria euclidea).

Date le proposizioni:

1. un triangolo si dice *isoscele* sa ha due lati congruenti
2. un triangolo isoscele ha due angoli congruenti.

La 1. è una **definizione**, la 2. è un **teorema**.

Schematizzazione del Teorema:

Se ... allora ...
S (soggetto): *triangolo*
I (ipotesi): *isoscele*
T (tesi): *due angoli congruenti*

Proposizione inversa:

Se ... allora ...
S (soggetto): *triangolo*
I (ipotesi): *due angoli congruenti*
T (tesi): *isoscele*

Se la proposizione inversa è vera, allora si parla di *teorema inverso* (in questo caso è vera).

Esempio di teorema che non ammette l'inverso: *Una diagonale divide un parallelogramma in due triangoli congruenti.*

Discorso logico più generale

Se **I** è condizione sufficiente (=C.S.) per **T**
e **T** è condizione necessaria (=C.N.) per **I**
quindi **I⇔T** *equivalenza logica*

Esempio:
teorema: In un parallelogramma le diagonali si bisecano scambievolmente.
Teorema inverso: ....
C.N.= ...
C.S.= ...

Dimostrazione per assurdo

Invece di operare in modo diretto:

$$(I \Rightarrow T)$$

si preferisce dimostrare che dalla negazione di T segue la negazione di I:

$$(\overline{T} \Rightarrow \overline{I})$$

Esempio: ricordare $\sqrt{2}$, partendo da $\sqrt{2} = \frac{m}{n}$

LOGICA

RIPASSIAMO ALCUNE NOZIONI

- LOGICA BIVALENTE => le proposizioni sono V o F
- Sussistono i 3 principi fondamentali della logica ARISTOTELICA :
  1) PRINCIPIO DI IDENTITÀ (ogni proposizione è identica a sé)
  2) PRINCIPIO DI NON CONTRADDIZIONE p non è V e è F
  3) PRINCIPIO DEL 3° ESCLUSO p è V o F ($\nexists$ 3^ possib.)

OPERAZIONI ELEMENTARI nell' insieme delle proposizioni :

① CONGIUNZIONE (e) ($\wedge$)

P_1	P_2	$P_1 \wedge P_2$
V	F	F
F	V	F
V	V	V
F	F	F

② DISGIUNZIONE INCLUSIVA (o) (v) (vel)

(è vera se è vera almeno una delle proposizioni)

P_1	P_2	$P_1 \vee P_2$
V	F	V
F	V	V
V	V	V
F	F	F

③ DISGIUNZIONE ESCLUSIVA ($\dot{\vee}$) AUT

vera se e solo se è vera una delle due proposiz.

P_1	P_2	$P_1 \dot{\vee} P_2$
V	F	V
F	V	V
V	V	F
F	F	F

(4) NEGAZIONE : ($\neg$) ($\overline{p}$) NON

è un connettivo UNARIO
(si applica solo a una proposiz)

p	$\neg p$
V	F
F	V

(5) IMPLICAZIONE MATERIALE ($\Rightarrow$) (se... allora)

- dal VERO segue se non il VERO
- dal FALSO segue qualsiasi cosa

P_1	P_2	$P_1 \Rightarrow P_2$
V	F	F
F	V	V
V	V	V
F	F	V

P_1 = PREMESSA
P_2 = CONSEGUENZA

(6) COIMPLICAZIONE MATERIALE (EQUIVALENZA LOGICA) $\Leftrightarrow$
(se e solo se)

P_1	V	V	F	F
P_2	F	V	V	F
$P_1 \Leftrightarrow P_2$	F	V	F	V

TAUTOLOGIA = proposizione sempre VERA

CONTRADDIZIONE = proposizione sempre FALSA

DIMOSTRAZIONE di TEOREMA

$$A \Rightarrow B$$

A: IPOTESI (condizione SUFFICIENTE)

B: TESI (condizione NECESSARIA)

① MODUS PONENS :

$$\frac{\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{vera} \\ A & \text{vera} \end{array}}{B \quad \text{vera}}$$

$A \Rightarrow B$ vera <u>allora</u> $\underbrace{\overline{B} \Rightarrow \overline{A}}_{\text{CONTRONOMINALE}}$ vera

$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$ (CONTRARIA)

$B \Rightarrow A$ (INVERSA)

② MODUS TOLLENS (o dim. x ASSURDO) :

(negazione tesi $\Rightarrow$ negaz. Hp)

$$\frac{\begin{array}{ll} A \Rightarrow B & \text{vera} \\ \overline{B} & \text{vera} \end{array}}{\overline{A} \quad \text{vera}}$$

LOGICA dei PREDICATI

- QUANTIFICATORI
  - ESISTENZIALE $\exists$ (esiste almeno un)
  - UNIVERSALE $\forall$ (ogni, tutti)

NON $\forall \rightarrow \exists$

non tutti.... $\rightarrow$ esiste almeno uno...

NON $\exists \rightarrow \forall$

non esiste alcuno... $\rightarrow$ tutti....

$$\underbrace{\text{Tutti gli italiani sanno l'inglese}}_{\forall\, i,\ p}$$

$\forall$ = tutti
i = italiani
p = sanno inglese

NEGAZIONE $\Rightarrow$ non(tutti gli italiani sanno l'inglese)

C'è almeno un italiano che non sa inglese

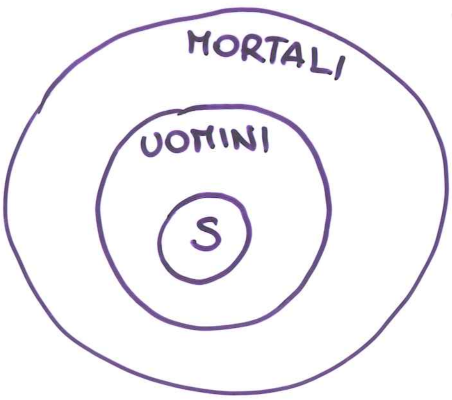
$\exists\, i,\ \bar{p}$

__Att!__ non è: Nessun italiano sa l'inglese

$\boxed{\text{SILLOGISMI}}$

Tutti gli uomini sono mortali
Socrate è un uomo

Socrate è mortale



$S \subset U \subset M \Rightarrow S \subset M$

- Qualche persona che lavora in U.S.A. è cittadino italiano
- Tutti i cittadini italiani sono europei

Qualche europeo lavora in U.S.A.